3-1 圓與直線的關係(常考題型 1)

1. 求合於下列條件之圓方程式：
   (1)圓心在點$(-3, 2)$,半徑為 6 之圓方程式為＿＿＿＿＿＿＿.
   (2)圓心在點 $A(1, -3)$，且圓通過點 $P(4, 1)$之圓方程式為＿＿＿＿＿＿＿.

解答　(1)$(x+3)^2+(y-2)^2=36$;(2)$(x-1)^2+(y+3)^2=25$

解析　(1)$(x+3)^2+(y-2)^2=36$.

(2)先求半徑 $r=\overline{PA}=\sqrt{(4-1)^2+(1+3)^2}=5$，得圓方程式為$(x-1)^2+(y+3)^2=25$.

3-1 圓與直線的關係(常考題型 2)

1. 設 $A(-2, 1)$，$B(4, -5)$為坐標平面上兩定點，試求以線段 $\overline{AB}$ 為直徑的圓方程式為＿＿＿＿＿＿＿.

解答　$(x-1)^2+(y+2)^2=18$

解析　$\overline{AB}$之中點，即為圓心 $(\frac{-2+4}{2},\frac{1-5}{2})=(1,-2)$，

半徑 $r=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\sqrt{[4-(-2)]^2+(-5-1)^2}=3\sqrt{2}$，得圓方程式為$(x-1)^2+(y+2)^2=18$.

3-1 圓與直線的關係(常考題型 3)

1. 方程式 $x^2+y^2+4kx-6ky+12k^2+(-4k)-8=0$ 表一圓時，則 (1)圓心軌跡方程式為____________． （對任意實數 k 均成立） (2)面積最小的圓，其方程式為____________． 【師大附中月考】	

解答　(1)$3x+2y=0$;(2)$(x-4)^2+(y+6)^2=4$

解析　(1)配方得$(x+2k)^2+(y-3k)^2=k^2+4k+8$，

令圓心$(x,y)=(-2k,3k)$，$x=-2k$，$y=3k$ $\Rightarrow$ $3x+2y=0$．

(2)由(1)令 $r^2=k^2+4k+8=(k+2)^2+4$，當 $k=-2$ 時 $r^2=4$ 最小，

此時圓心$(4,-6)$，故最小的圓方程式為$(x-4)^2+(y+6)^2=4$．

3-1 圓與直線的關係(常考題型 4)

1. (1)求以點 $M(1,-3)$為圓心，通過點 $A(4,1)$的圓 C 方程式． (2)承(1)，判斷 $P(6,0)$，$Q(-2,-1)$，$R(-2,1)$是在圓 C 的內部、外部還是圓 C 上．	

解答　(1)$(x-1)^2+(y+3)^2=25$;(2)點 P 在圓外，點 Q 在圓內，點 R 在圓上

解析　(1)圓 C 的半徑 $r=\overline{AM}=\sqrt{(4-1)^2+(1+3)^2}=5$，

故圓的方程式為$(x-1)^2+(y+3)^2=25$．

(2)分別計算 P，Q，R 三點與圓心 $M(1,-3)$的距離，得

$\overline{PM}=\sqrt{(6-1)^2+(0+3)^2}=\sqrt{34}>5$；

$\overline{QM}=\sqrt{(-2-1)^2+(-1+3)^2}=\sqrt{13}<5$；

$\overline{RM}=\sqrt{(-2-1)^2+(1+3)^2}=5$．

因此，點 P 在圓外，點 Q 在圓內，點 R 在圓上．

3-1 圓與直線的關係(常考題型 5)

1. 在坐標平面上，點 A 的坐標是$(-1,-1)$，點 B 是圓 $x^2+y^2+4x+6y+4=0$ 上的點，求$\overline{AB}$的
(1)最大值．　(2)最小值．

解答　(1)$3+\sqrt{5}$;(2)$3-\sqrt{5}$

解析　圓：$(x+2)^2+(y+3)^2=9$ 的圓心 $O(-2,-3)$，半徑 $r=3$，

$\because \overline{OA}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}<3$

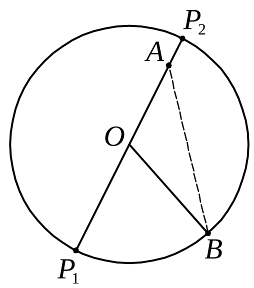
$\therefore$點 A 在圓 C 內部

(1) $\overline{AP_1}=\overline{AO}+r=\overline{AO}+\overline{OB}\geq\overline{AB}$

當 $B=P_1$ 時，$\overline{AB}$有最大值為$r+\overline{AO}=3+\sqrt{5}$．

(2) $\overline{AP_2}=r-\overline{AO}=\overline{OB}-\overline{AO}\leq\overline{AB}$

當 $B=P_2$ 時，$\overline{AB}$有最小值為$r-\overline{AO}=3-\sqrt{5}$．



3-1 圓與直線的關係(常考題型 6)

1. 平面坐標上有一圓方程式為$(x-3)^2+(y-4)^2=4$，圓上有一動點 $P(x,y)$，試問滿足$\sqrt{x^2+y^2}$為整數的動點 P 有________個．

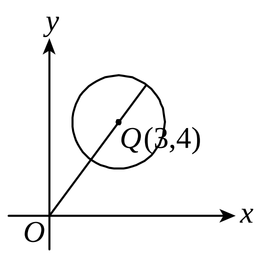
【中山女中月考】

解答　8

解析　$\sqrt{x^2+y^2}$表 P 點到原點的距離，

$\overline{OQ}-r\leq\overline{PO}\leq\overline{OQ}+r\Rightarrow 5-2\leq\overline{PO}\leq 5+2\Rightarrow 3\leq\overline{PO}\leq 7$，

則$\overline{PO}$可能為 3，4，5，6，7，故 P 點有 $1+2\times3+1=8$ 個．



3-1 圓與直線的關係(常考題型 7)

1. 設一三角形的三頂點是$(1,-1)$，$(0,2)$，$(2,-2)$，則這三角形外接圓的圓心坐標為＿＿＿＿＿＿＿＿．

【和平高中月考】

解答　$(5,2)$

解析　設外接圓方程式為 $x^2+y^2+dx+ey+f=0$，

過$(1,-1)$ $\Rightarrow$ $2+d-e+f=0$

$(0,2)$ $\Rightarrow$ $4+2e+f=0$ $\Rightarrow$ $d=-10$，$e=-4$，$f=4$，

$(2,-2)$ $\Rightarrow$ $8+2d-2e+f=0$

得 $x^2+y^2-10x-4y+4=0$ $\Rightarrow$ $(x-5)^2+(y-2)^2=25$，故圓心$(5,2)$．

3-1 圓與直線的關係(常考題型 8)

1. 過$(5,1)$，$(3,1)$兩點且圓心在 $x+2y-2=0$ 線上的圓方程式可表為 $x^2+y^2+dx+ey+f=0$，則數對$(d,e,f)=$＿＿＿＿＿＿．

【台南一中月考】

解答　$(-8,2,12)$

解析　圓過$(5,1)$，$(3,1)$ $\Rightarrow$ 圓心在兩點中垂線 $x=4$ 上，

解$\begin{cases} x=4 \\ x+2y-2=0 \end{cases}$ $\Rightarrow$ 圓心$(4,-1)$，半徑 $r=\sqrt{(5-4)^2+(1+1)^2}=\sqrt{5}$，

所求圓方程式為$(x-4)^2+(y+1)^2=5 \Rightarrow x^2+y^2-8x+2y+12=0$，故$(d,e,f)=(-8,2,12)$．

3-1 圓與直線的關係(常考題型 9)

1. 設圓 C 的半徑為 $2\sqrt{5}$，此圓過原點且圓心在直線 $x-2y=0$ 上，則圓 C 之方程式為____________.

【中山女中月考】

解答　$(x-4)^2+(y-2)^2=20$ 或 $(x+4)^2+(y+2)^2=20$

解析　設圓心 $(2t,t)$ 又通過原點，

則 $r=2\sqrt{5}\ \Rightarrow\ (2t)^2+t^2=(2\sqrt{5})^2\ \Rightarrow\ t^2=4\ \Rightarrow\ t=\pm 2$，

故所求為 $(x-4)^2+(y-2)^2=20$ 或 $(x+4)^2+(y+2)^2=20$.

3-1 圓與直線的關係(常考題型 10)

1. 已知點 $A(1,0)$ 為圓 C：$(x-2)^2+(y+1)^2=5$ 的內部一點，考慮過 A 所有弦的中點，求所有中點所成圖形的方程式.

解答　$x^2+y^2-3x+y+2=0$

解析　設圓 C 的圓心為 $M(2,-1)$.

過 A 任作一弦 $\overline{PQ}$，令 $N(x,y)$ 為弦 $\overline{PQ}$ 的中點，

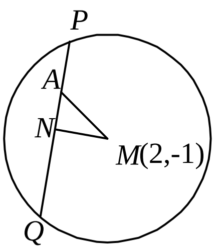
則 $\overline{MN}\perp\overline{PQ}$，因此 N 在以 $\overline{MA}$ 為直徑的圓上.

以 $\overline{MA}$ 為直徑的圓圓心 $(\frac{2+1}{2},\frac{-1+0}{2})=(\frac{3}{2},\frac{-1}{2})$，

半徑 $\sqrt{(\frac{3}{2}-1)^2+(\frac{-1}{2}-0)^2}=\sqrt{\frac{1}{2}}$

故方程式為 $(x-\frac{3}{2})^2+(y+\frac{1}{2})^2=\frac{1}{2}$

化簡成 $x^2+y^2-3x+y+2=0$.

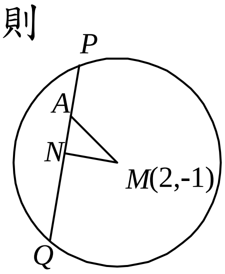


3-1 圓與直線的關係(常考題型 11)

1. 在坐標平面上，P 為圓 $x^2+y^2=4$ 上任意點，且 A 點坐標為 $(6,0)$，試求 $\overline{AP}$ 的中點所形成的圖形方程式．

解答　$(x-3)^2+y^2=1$

解析　設 $P(a,b)$，則 $a^2+b^2=4$，$\overline{AP}$ 的中點 $M(x,y)$，則 $(\frac{a+6}{2},\frac{b+0}{2})=(x,y)$，



得 $a+6=2x$，$b=2y$

將 $a=2x-6$，$b=2y$ 代入 $a^2+b^2=4$ 中，

得 $(2x-6)^2+(2y)^2=4$，即 $(x-3)^2+y^2=1$．

3-1 圓與直線的關係(常考題型 12)

1. 坐標平面上,圓 C：$x^2+y^2+4x+2y-20=0$,圓外一點 $P(2,-6)$，過 P 對圓 C 做切線，切點為 A，B，求過 P，A，B 三點的圓方程式．

解答　$x^2+y^2+7y+2=0$

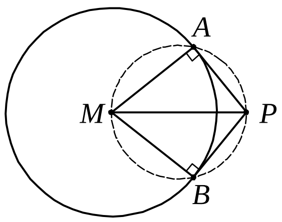
解析　圓 C：$(x+2)^2+(y+1)^2=5^2$，圓心 $M(-2,-1)$．

由圖可知四邊形 $PAMB$ 之對角互補（$\angle PAM=\angle PBM=90^\circ$），

所以，過 P，A，B 三點之圓亦過 M 點，且所求圓是以 $\overline{PM}$ 為直徑之圓，圓心為 $\overline{PM}$ 中點 $(\frac{2+(-2)}{2},\frac{-6+(-1)}{2})=(0,-\frac{7}{2})$，半徑

$r=\frac{1}{2}\overline{PM}=\frac{1}{2}\sqrt{(2-(-2))^2+(-6-(-1))^2}=\frac{\sqrt{41}}{2}$．

故方程式為 $x^2+(y+\frac{7}{2})^2=\frac{41}{4}$，整理得 $x^2+y^2+7y+2=0$．



3-1 圓與直線的關係(常考題型 13)

1. 若一圓切兩坐標軸，且圓心在 $3x-2y=5$ 的直線上，試求此圓的方程式．

解答　$(x-5)^2+(y-5)^2=25$，$(x-1)^2+(y+1)^2=1$

解析　因為圓切兩坐標軸，則圓心必在直線 $x=y$ 或 $x=-y$ 上，

(1)圓心在直線 $x=y$ 上，

$\begin{cases} x=y \\ 3x-2y=5 \end{cases} \Rightarrow x=5$，$y=5$，

圓心$(5,5)$，半徑 $r=5$，故圓方程式為$(x-5)^2+(y-5)^2=25$．

(2)圓心在直線 $x=-y$ 上，

$\begin{cases} x=-y \\ 3x-2y=5 \end{cases} \Rightarrow x=1$，$y=-1$，

圓心$(1,-1)$，半徑 $r=1$，故圓方程式為$(x-1)^2+(y+1)^2=1$．

3-1 圓與直線的關係(常考題型 14)

1. 試就實數 k 的範圍，討論直線 $L：y=x+k$ 和圓 $C：x^2+y^2+2x-4y-13=0$ 的相交情形．

【解二】幾何觀點

圓 $C：x^2+y^2+2x-4y-13=0 \Rightarrow (x+1)^2+(y-2)^2=18$ 的圓心為 $O(-1,2)$，半徑 r 為 $3\sqrt{2}$，

圓心 O 到直線 $L：x-y+k=0$ 的距離 $d=\dfrac{|-1-2+k|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\dfrac{|k-3|}{\sqrt{2}}$．

(1)當 $d<r$，即 $\dfrac{|k-3|}{\sqrt{2}}<3\sqrt{2}$，亦即 $|k-3|<6$ 時，圓 C 和直線 L 相交於兩點，

也就是說，當 $-3<k<9$ 時，圓 C 和直線 L 相交於兩點．

(2)若 $d=r$，即 $\dfrac{|k-3|}{\sqrt{2}}=3\sqrt{2}$，亦即 $k=-3$ 或 9 時，圓 C 和直線 L 相交於一點．

(3)當 $d>r$，即 $\dfrac{|k-3|}{\sqrt{2}}>3\sqrt{2}$，亦即 $k>9$ 或 $k<-3$ 時，圓 C 和直線 L

不相交．

3-1 圓與直線的關係(常考題型 15)

1. 已知圓 C：$x^2+y^2=10$ 和直線 L：$x-y+2=0$，試問圓 C 和直線 L 是否相交？若相交，求出它們的交點．

1. 解答　是，$(1,3)$和$(-3,-1)$兩點

解析　圓 C 和直線 L 是否相交，

相當於聯立方程式$\begin{cases} x^2+y^2=10 & ① \\ x-y+2=0 & ② \end{cases}$是否有實數解．

將②式 $y=x+2$ 代入①式，得 $x^2+(x+2)^2=10$，

化簡得 $x^2+2x-3=0$，解得 $x=1$ 或 -3，

代回②式，分別得 $y=3$ 或 -1．

故圓 C 和直線 L 相交於$(1,3)$和$(-3,-1)$兩點．

3-1 圓與直線的關係(常考題型 16)

1. 就圓 C：$x^2+y^2+4x-6y+11=0$ 與直線 L：$x+y+k=0$ 討論 k 的範圍：
(1)有交點，則 k 之範圍為____________．(2)相切於一點，則切點坐標為____________．(3)若 $k=-1$ 時，交點坐標為____________．【北一女中月考】

解答　(1) $-3\le k\le 1$;(2)$(-1,4)$和$(-3,2)$;(3)$(-1,2)$或$(-3,4)$

解析　圓 C：$(x+2)^2+(y-3)^2=-11+4+9=2$，圓心$(-2,3)$，半徑 $r=\sqrt{2}$，

(1)有交點 $\Rightarrow d=\dfrac{|-2+3+k|}{\sqrt{2}}\le\sqrt{2}=r\Rightarrow|k+1|\le 2\Rightarrow -2\le k+1\le 2$，

$\therefore -3\le k\le 1$．

(2)相切時 $\Rightarrow$ 切線 L：$x+y-3=0$ 或 $x+y+1=0$

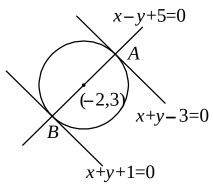
①A：$\begin{cases} x+y-3=0 \\ x-y+5=0 \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} x=-1 \\ y=4 \end{cases}$　②B：$\begin{cases} x+y+1=0 \\ x-y+5=0 \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} x=-3 \\ y=2 \end{cases}$

由①②得切點坐標為 $A(-1,4)$和 $B(-3,2)$．

(3)$x+y-1=0\Rightarrow y=1-x$ 代入圓 $C\Rightarrow x^2+4x+3=0$

$\Rightarrow x=-1$ 或 $-3\Rightarrow y=2$ 或 4，

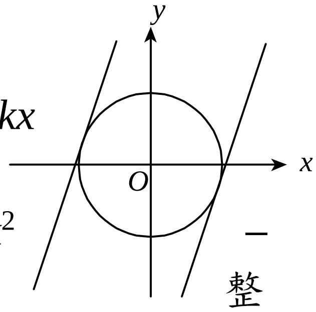
得交點坐標$(-1,2)$或$(-3,4)$．



3-1 圓與直線的關係(常考題型 17)

1. 已知圓方程式為 $x^2+y^2=10$，求斜率為 3 的切線方程式．

解答　$y=3x+10$ 或 $y=3x-10$



解析　設切線 L 的方程式為 $y=3x+k$，

代入圓方程式，得 $x^2+(3x+k)^2=10$，整理得 $10x^2+6kx+k^2-10=0$．

因為 L 是切線，所以判別式 $D=0$，即 $(6k)^2-4\cdot 10(k^2-10)=0$ 整理得 $k^2=100$，解得 $k=10$ 或 -10．

故斜率為 3 的切線方程式為 $y=3x+10$ 或 $y=3x-10$．

3-1 圓與直線的關係(常考題型 18)

1. 直線 L：$3x-4y=8$ 切圓 C：$3x^2+3y^2-18x+ay+b=0$ 於點 $A(4,1)$，則數對 $(a,b)=$ ______________．

【建國中學月考】

解答　$(-14,35)$

解析　$\because$ 切點 $(4,1)$ 在直線和圓上，由切線公式：

$$3\cdot 4x+3\cdot y-18\cdot\frac{x+4}{2}+a\cdot\frac{y+1}{2}+b=0$$

$\Rightarrow$ $3x+(3+\frac{a}{2})y-36+\frac{a}{2}+b=0$ 與 $3x-4y-8=0$ 同義

$$\Rightarrow \frac{3}{3}=\frac{-4}{3+\frac{a}{2}}=\frac{-8}{-36+\frac{a}{2}+b} \Rightarrow \begin{cases}3+\frac{a}{2}=-4\\ -36+\frac{a}{2}+b=-8\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}a=-14\\ b=35\end{cases},$$

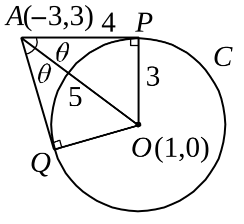
$\therefore$ 數對 $(a,b)=(-14,35)$．

3-1 圓與直線的關係(常考題型 19)

1. 自 $A(-3,3)$作圓 C：$x^2+y^2-2x-8=0$ 的兩條切線，設切點為 P，Q，則
(1)切線的斜率為____________．
(2)設$\triangle APQ$之外接圓方程式為 $x^2+y^2+ax+by+c=0$，則數對$(a,b,c)=$____________．
(3)$\sin\angle PAQ=$____________．
(4)以 A 為圓心，且與圓 C 相切的圓中，最大的半徑為____________．

解答 (1)0 或$-\frac{24}{7}$;(2)$(2,-3,-3)$;(3)$\frac{24}{25}$;(4)8

解析 (1)設切線 $y-3=m(x+3)$ $\Rightarrow$ $mx-y+3m+3=0$，
圓 C：$(x-1)^2+y^2=9$ $\Rightarrow$ 圓心$(1,0)$，半徑 $r=3$，
$\because$相切，$\therefore$ $d=r$ $\Rightarrow$ $d=\frac{|m+3m+3|}{\sqrt{m^2+1}}=3$ $\Rightarrow$ $|4m+3|^2=(3\sqrt{m^2+1})^2$
$\Rightarrow 16m^2+24m+9=9(m^2+1)$ $\Rightarrow$ $7m^2+24m=0$ $\Rightarrow$ $7m(m+\frac{24}{7})=0$ $\Rightarrow$ $m=0$ 或$-\frac{24}{7}$．
(2)即以$\overline{AO}$為直徑，圓心$(-1,\frac{3}{2})$，$r=\frac{1}{2}\overline{AO}=\frac{5}{2}$，
得圓：$(x+1)^2+(y-\frac{3}{2})^2=(\frac{5}{2})^2$ $\Rightarrow$ $x^2+y^2+2x-3y-3=0$，
故數對$(a,b,c)=(2,-3,-3)$．



(3)$\sin\theta=\frac{3}{5}$，$\cos\theta=\frac{4}{5}$，$\therefore$ $\sin\angle PAQ=\sin 2\theta=2\sin\theta\cos\theta=2\times\frac{3}{5}\times\frac{4}{5}=\frac{24}{25}$．
(4)最大半徑$=\overline{OA}+r=5+3=8$．

3-1 圓與直線的關係(常考題型 20)

1. 在坐標平面上 $A(7,8)$有一光源，將圓 C：$x^2+y^2-4x-6y+12=0$ 投射到 x 軸的影長為何？ 【師大附中月考】	

解答 $\frac{14}{3}$

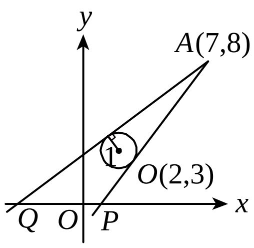
解析 設切線 L：$y-8=m(x-7)\Rightarrow mx-y-7m+8=0$，圓心 $O(2,3)$，半徑 $r=1$，

$\because$ 相切，$\therefore$ $d(O,L)=r$

$\Rightarrow \frac{|-5m+5|}{\sqrt{m^2+1}}=1\Rightarrow 25m^2-50m+25=m^2+1\Rightarrow 24m^2-50m+24=0$

$\Rightarrow 12m^2-25m+12=0 \Rightarrow (3m-4)(4m-3)=0 \Rightarrow m=\frac{4}{3}$ 或 $\frac{3}{4}$，$\therefore$ 切線 L：$4x-3y=4$ 或 $3x-4y=-11$，

交 x 軸於 $P(1,0)$，$Q(-\frac{11}{3},0)$，故影長為 $\overline{PQ}=\frac{14}{3}$.

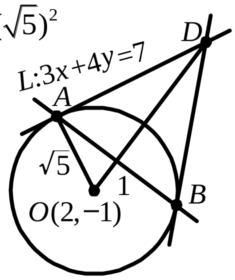


3-1 圓與直線的關係(常考題型 21)

1. 已知圓 $C：x^2+y^2-4x+2y=0$ 的圓心為 O 點，直線 $L：3x+4y=7$，設圓 C 和直線 L 交於 A、B 兩點，過 A、B 兩點分別做圓 C 的切線，而此兩切線交於 D 點，試問下列敘述哪些為真?
(1)圓 C 的半徑為 5　(2)$\overline{AB}$的線段長為 4
(3)D點的坐標為(5, 3)　(4)$\triangle OAB$的外接圓方程式為$x^2+y^2-5x-y+4=0$
(5)圓 C 上到 D 點的距離為正整數的點，共有 8 個．
【建國中學月考】

解答　23

解析　(1)$C：x^2+y^2-4x+2y=0 \Rightarrow (x-2)^2+(y+1)^2=(\sqrt{5})^2$
$\Rightarrow\ O(2,-1)$，$r=\sqrt{5}$



(2)$d(O, L)=\dfrac{|3\times2+4\times(-1)-7|}{\sqrt{3^2+4^2}}=1$，則 $\overline{AB}=2\sqrt{r^2-d^2}=4$

(3)$\begin{cases}x^2+y^2-4x+2y=0\cdots\cdots①\\3x+4y=7\cdots\cdots②\end{cases}$，解①②得$\begin{cases}x=1\\y=1\end{cases}$或$\begin{cases}x=\dfrac{21}{5}\\y=-\dfrac{7}{5}\end{cases}$

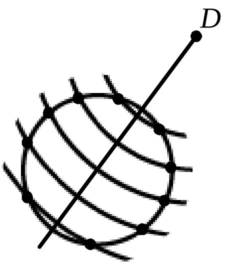
即直線 L 交圓 C 於$(1, 1)$、$(\frac{21}{5},-\frac{7}{5})$兩點過此兩點的切線方程式為

$$\begin{cases}1\cdot x+1\cdot y-4\cdot\dfrac{1+x}{2}+2\cdot\dfrac{1+y}{2}=0\\\dfrac{21}{5}x+(-\dfrac{7}{5})y-4\cdot\dfrac{\frac{21}{5}+x}{2}+2\cdot\dfrac{-\frac{7}{5}+y}{2}=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x-2y=-1\\11x-2y-49=0\end{cases},$$

解得 $x=5$，$y=3$，即交點 $D(5, 3)$．

(4) $OABD$ 四點共圓且$\overline{OD}$為直徑,則圓向量式$(x-2)(x-5)+(y+1)(y-3)=0 \Rightarrow x^2+y^2-7x-2y+7=0$

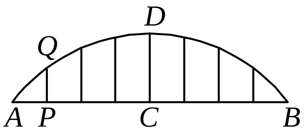
(5)$\overline{OD}=5$，$\overline{OP}=r=\sqrt{5}$，故圓上點 P 到 D 之距有
$5-\sqrt{5}\le\overline{PD}\le5+\sqrt{5}\longrightarrow2.764\le\overline{PD}\le7.236$，$\overline{PD}$可為 3、4、5、6、7 共 10 組（一個整數距有兩點）．



故選(2)(3)．

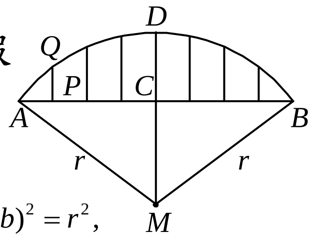
3-1 圓與直線的關係(常考題型 22)

1. 橋面上有一圓拱形建築，共有 7 根垂直支柱（如圖）．其中圓拱的寬度 $\overline{AB}=40$ 公尺，相鄰支柱間距離都是 5 公尺，正中支柱 $\overline{CD}=10$ 公尺．
(1)求圓弧 AB 所在之圓的半徑．(2)求最左邊支柱 $\overline{PQ}$ 的長度．



解答　(1)25 公尺;(2)5 公尺

解析　(1)設 $C(0,0)$，$A(-20,0)$，$B(20,0)$，$D(0,10)$．假設圓心為 $M(0,b)$，半徑為 r，則圓的方程式為 $x^2+(y-b)^2=r^2$．



因為 B, D 兩點在圓上，所以代入得到 $\begin{cases} 20^2+(0-b)^2=r^2, \\ 0^2+(10-b)^2=r^2. \end{cases}$

推得 $20^2+b^2=(10-b)^2$，解得 $b=-15$，$r=25$

故圓半徑為 25 公尺．

(2)令 $Q(-15,t)$，其中 $t>0$．

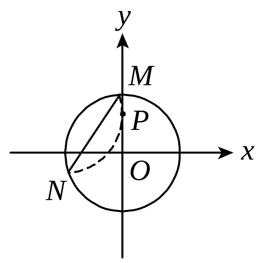
將點 $Q(-15,t)$代入圓方程式 $x^2+(y+15)^2=25^2$，

得到$(-15)^2+(t+15)^2=25^2 \Rightarrow (t+15)^2=20^2$，

解得 $t=5$ 或 -35（不合）．因此，支柱 $\overline{PQ}$ 的長度為 5 公尺．

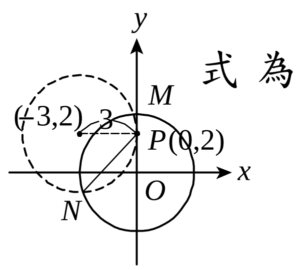
3-1 圓與直線的關係(常考題型 23)

1. 如圖，將圓 $x^2+y^2=9$ 上的弧 $\overset{\frown}{MN}$ 沿弦 $\overline{MN}$ 折返，此折返的弧與 y 軸相切於 P (0 , 2)，則弧 $\overset{\frown}{MPN}$ 所在的圓方程式為 ______________．



解答　$(x+3)^2+(y-2)^2=9$

解析　所求圓的圓心$(-3 , 2)$，半徑 $r=3$，故圓方程式為 $(x+3)^2+(y-2)^2=9$．

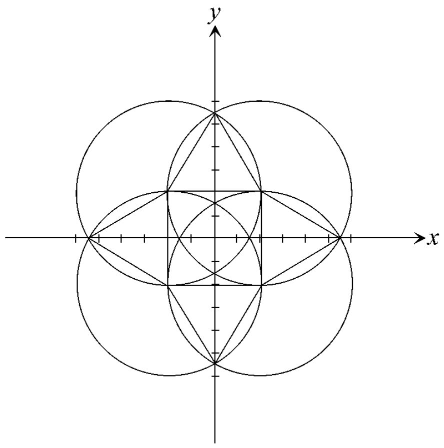


3-1 圓與直線的關係(常考題型 24)

1.試繪方程式$(|x|-2)^2+(|y|-2)^2=16$之圖形，並求其所圍之區域面積。	

解答 面積: $16(\frac{5\pi}{3}+\sqrt{3}+1)$

解析 $(|x|-2)^2+(|y|-2)^2=16$，面積 $=4\times(\frac{5}{12}\times16\pi+4\sqrt{3}+4)=16(\frac{5\pi}{3}+\sqrt{3}+1)$



3-1 圓與直線的關係(常考題型 25)

1.求不等式$(x^2+y^2-2)(x^2+y^2-2x)\le 0$圖形的面積。	

解答 $\pi+2$

解析 $x^2+y^2=2$，圓心(0,0)，半徑$\sqrt{2}$

$x^2+y^2-2x=0\Rightarrow(x-1)^2+y^2=1$，圓心(1，0)，半徑 1

$(x^2+y^2-2)(x^2+y^2-2x)\le 0$的圖形為下圖中斜線部分

空白部分的面積 $=\frac{1}{4}(2\pi)+2(\frac{\pi}{4}-\frac{1}{2})=\pi-1$

斜線部分的面積 = (大圓面積) + (小圓面積) − 2 (空白部分的面積)

$=2\pi+\pi-2(\pi-1)=\pi+2$