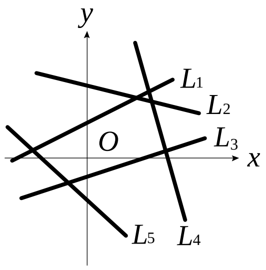
2-1 直線方程式及其圖形（常考題型 1）

1. (1)直線 $3x-5y=1$ 的①x 截距為____________，
②y 截距為____________，③斜率為____________．
(2)直線 $3x+5y-15=0$ 的①x 截距為____________，
②y 截距為____________，③斜率為____________．
(3)直線 $3y+5=0$ 的①x 截距為____________，
②y 截距為____________，③斜率為____________．
(4)直線 $3x-5=0$ 的①x 截距為____________，
②y 截距為____________，③斜率為____________．

解答　(1)①$\frac{1}{3}$②$-\frac{1}{5}$③$\frac{3}{5}$;(2)①5②3③$-\frac{3}{5}$;(3)①無②$-\frac{5}{3}$③0;(4)①$\frac{5}{3}$②無③不存在

2-1 直線方程式及其圖形（常考題型 2）

1. 坐標平面上五條直線 $L_1: a_1x+y+b_1=0 L_2: a_2x+y+b_2=0$，
$L_3: a_3x+y+b_3=0$, $L_4: a_4x+y+b_4=0$, $L_5: a_5x+y+b_5=0$，
其圖形如下，下列各數中何者最大？
(1) a_1　(2) a_2　(3) a_3　(4) a_4　(5) a_5 ．



【新竹高中月考】

解答　4

解析　$m_{L_1}>m_{L_3}>0>m_{L_2}>m_{L_5}>m_{L_4}$，
但 $ax+y+b=0$ 之斜率 $-a$，
故$-a_1>-a_3>-a_2>-a_5>-a_4$，
$a_1<a_3<a_2<a_5<a_4$，
故選(4)．

2-1 直線方程式及其圖形（常考題型 3）

1. 若 $ac > 0$，$ab < 0$，則直線 $ax + by + c = 0$ 不過
   (1)第一象限　(2)第二象限　(3)第三象限
   (4)第四象限　(5)原點．

解答　45

2-1 直線方程式及其圖形（常考題型 4）

1. 求下列各直線的方程式：
   (1)通過點$(-3,1)$，斜率為 2 的直線．
   (2)通過點$(3,-2)$，斜率為 0 的直線．
   (3)通過點$(0,5)$，斜率為$-\frac{1}{2}$的直線．

解答　(1)$2x - y + 7 = 0$;(2)$y + 2 = 0$;(3)$x + 2y - 10 = 0$

2-1 直線方程式及其圖形（常考題型 5）

1. 求下列直線方程式：

   (1)斜率為 2 且 y 截距為 -5 的直線．

   (2)斜率為 $-\frac{1}{2}$ 且 y 截距為 3 的直線．

解答　(1)$y=2x-5$; (2)$x+2y=6$

2-1 直線方程式及其圖形（常考題型 6）

1. 設 a，b 為兩正數，若直線 $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ 通過 $(2,3)$，且於第一象限圍成的直角三角形面積最小，則此最小面積為何？

   【台南一中月考】

解答　12

解析　$a>0$，$b>0$ 且 $\frac{2}{a}+\frac{3}{b}=1$ 且 $\frac{2}{a}+\frac{3}{b}\ge 2\sqrt{\frac{6}{ab}}$，則 $(\frac{1}{2})^2\ge\frac{6}{ab}$ $\Rightarrow$ $ab\ge 24$ $\Rightarrow$ $\frac{1}{2}ab\ge 12$，

「＝」成立於 $\frac{2}{a}=\frac{3}{b}=\frac{1}{2}$，即 $a=4$，$b=6$ 時，三角形面積有最小值 12．

2-1 直線方程式及其圖形（常考題型 7）

1.若直線 L 過 $P(3,6)$，且 L 在兩軸上的截距之和為 20，試求直線 L 的方程式及直線 L 與兩軸所圍出的三角形面積．

解答　直線方程式為 $3x+y=15$，三角形面積為 $\frac{75}{2}$ 或直線方程式為 $2x+3y=24$，三角形面積為 48

解析　設 x 截距為 a，y 截距為 $20-a$，

則直線方程式為 $\frac{x}{a}+\frac{y}{20-a}=1$，

又直線過點 $(3,6)$，則 $\frac{3}{a}+\frac{6}{20-a}=1 \Rightarrow a^2-17a+60=0 \Rightarrow a=5$ 或 12，

(1) $a=5$，則直線方程式為 $\frac{x}{5}+\frac{y}{15}=1 \Rightarrow 3x+y=15$，

與兩軸所圍出的三角形面積為 $\frac{1}{2}|5\times 15|=\frac{75}{2}$．

(2) $a=12$，則直線方程式為 $\frac{x}{12}+\frac{y}{8}=1 \Rightarrow 2x+3y=24$，

與兩軸所圍出的三角形面積為 $\frac{1}{2}|12\times 8|=48$．

2-1 直線方程式及其圖形（常考題型 8）

1. 若直線過 $(-4,1)$ 且在坐標軸上之截距相等，則直線方程式為____________．

【立人中學月考】

解答　$x+y+3=0$ 或 $x+4y=0$

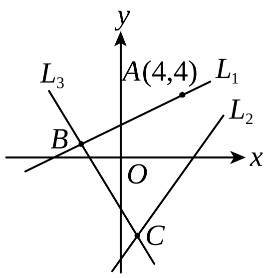
解析　①截距不為 0：設方程式為 $\frac{x}{a}+\frac{y}{a}=1$，過 $(-4,1)$ $\Rightarrow$ $a=-3$，

則 $x+y+3=0$．

②截距為 0：直線過 $(-4,1)$ 及 $(0,0)$ $\Rightarrow$ $x+4y=0$．

2-1 直線方程式及其圖形（常考題型 9）

1. 如圖，設已知三直線的斜率為 1，$\frac{1}{2}$，-2，則另有一直線過點 $A(4,4)$與 L_2 交於 D 點，並使得四邊形 $ABCD$ 為一梯形，則此直線 AD 的方程式為____________．
（請以一般式 $ax+by+c=0$ 型式表示）



【中山女中月考】

解答　$2x+y-12=0$

解析　$\because ABCD$ 為梯形，$\therefore \overline{AD}\,//\,\overline{BC} \Rightarrow m_{\overline{AD}}=m_{L_3}=-2$，

$\overleftrightarrow{AD}$：$y-4=-2(x-4) \Rightarrow 2x+y-12=0$ ．

2-1 直線方程式及其圖形（常考題型 10）

1. 坐標平面上三點 $A(1,3)$，$B(-1,2)$，$C(2,-2)$，求
(1)平行四邊形 $ABCD$ 之 D 坐標為____________．
(2)梯形 $ABCE$ 中，$\overline{AE}\,//\,\overline{BC}$，若 $\overline{AE}=8$，則 E 坐標為____________．

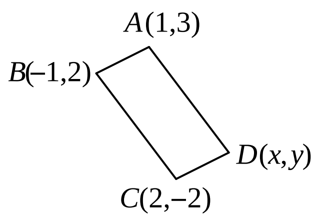
【台中女中月考】

解答　(1)$(4,-1)$;(2)$(-\frac{19}{5},\frac{47}{5})$ 或 $(\frac{29}{5},-\frac{17}{5})$

解析　(1)　$\overline{AB}\,//\,\overline{CD} \Longrightarrow m_{\overline{AB}}=m_{\overline{CD}}$，　$\overline{AD}\,//\,\overline{BC} \Longrightarrow m_{\overline{AD}}=m_{\overline{BC}}$，

則 $\begin{cases} \frac{1}{2}=\frac{y+2}{x-2} \\ \frac{y-3}{x-1}=\frac{-4}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-2y=6 \\ 4x+3y=13 \end{cases} \Rightarrow x=4$，$y=-1$，$\therefore D(4,-1)$．

(2)設 $E(a,b)$，$\overline{AE}\,//\,\overline{BC} \Rightarrow m_{\overline{AE}}=m_{\overline{BC}}$，　$\overline{AE}=8$，



則 $\begin{cases} \frac{-4}{3}=\frac{b-3}{a-1} \\ \sqrt{(a-1)^2+(b-3)^2}=8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4a+3b=13 \\ (a-1)^2+(b-3)^2=64 \end{cases}$

$\Rightarrow (\frac{9-3b}{4})^2+(b-3)^2=64 \Rightarrow \frac{9}{16}(b-3)^2+(b-3)^2=64 \Rightarrow (b-3)^2=\frac{64\times 16}{25}$

$\Longrightarrow b=\frac{47}{5}$，　$a=-\frac{19}{5}$ 或 $b=-\frac{17}{5}$，　$a=\frac{29}{5}$，　$\therefore E(-\frac{19}{5},\frac{47}{5})$ 或 $(\frac{29}{5},-\frac{17}{5})$ ．

2-1 直線方程式及其圖形（常考題型 11）

1. 已知 $A(3,2)$, $B(-1,0)$, $C(1,k)$為$\triangle ABC$ 的三頂點且 $\angle A=90^\circ$，求 k 的值．

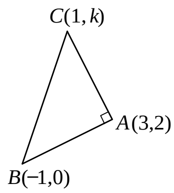
解答　6

解析　直線 AB 的斜率為$\dfrac{0-2}{(-1)-3}=\dfrac{1}{2}$，

直線 AC 的斜率為$\dfrac{k-2}{1-3}=\dfrac{k-2}{-2}$．

因為 $\angle A=90^\circ$，即 $\overline{AB}\perp\overline{AC}$，所以$\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{k-2}{-2}=-1$，

解得 $k=6$．



2-1 直線方程式及其圖形（常考題型 12）

1. 已知 $A(6,0)$，$B(-2,10)$，求$\overline{AB}$的中垂線方程式．

解答　$4x-5y+17=0$

2-1 直線方程式及其圖形（常考題型 13）

1. 若三直線 L_1：$x+3y-1=0$, L_2：$x-y+3=0$, L_3：$2x+ky+1=0$ 不能圍成三角形，則 k 的值可能為多少？	

解答　3，6 或 -2

2-1 直線方程式及其圖形（常考題型 14）

2. 將直線 $3x-2y+1=0$ 往右平移 2 單位，試求新的直線方程式。	

答案：$3x-2y-5=0$

解析：所求直線方程式為 $3(x-2)-2y+1=0$，即 $3x-2y-5=0$

2-1 直線方程式及其圖形（常考題型 15）

1. 已知點 $A(-1\,,2)$，直線 L：$2x+3y+7=0$，求
   (1)過 A 且平行 L 的直線方程式為______________.
   (2)過 A 且垂直 L 的直線方程式為______________.

解答　(1)$2x+3y-4=0$;(2)$3x-2y+7=0$

2-1 直線方程式及其圖形（常考題型 16）

1. 已知直線 L 方程式 $y=mx-2m-2$，若 $A(-1,2)$，$B(3,1)$所成線段與 L 不相交，試求 m 的範圍.

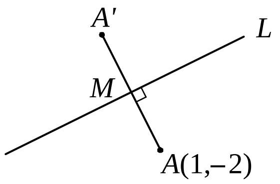
解答　$-\frac{4}{3}<m<3$

2-1 直線方程式及其圖形（常考題型 17）

1. 求點 $A(1\,,-2)$對稱於直線 L：$x-2y+2=0$ 的對稱點坐標為 ______________ .	

解答 $(-\frac{9}{5},\frac{18}{5})$

解析 設對稱點 $A'(a\,,b)$，



直線 AA'的方程式為 $y+2=-2(x-1)\Rightarrow 2x+y=0$，

解$\begin{cases} x-2y+2=0 \\ 2x+y=0 \end{cases}$ 得兩直線交點 $M(-\frac{2}{5},\frac{4}{5})$，

$\overline{AA'}$的中點即為 M，則 $\frac{a+1}{2}=-\frac{2}{5}\Rightarrow a=-\frac{9}{5}$，$\frac{b-2}{2}=\frac{4}{5}\Rightarrow b=\frac{18}{5}$，

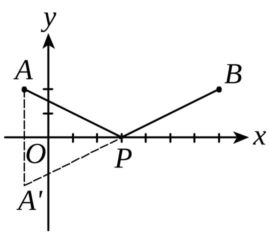
故對稱點 $A'(-\frac{9}{5},\frac{18}{5})$.

2-1 直線方程式及其圖形（常考題型 18）

1. $A(-1\,,2)$，$B(7\,,2)$，設點 P 在 x 軸上，且 $\overline{PA}+\overline{PB}$ 為最小，求(1)P 點坐標 .(2)$\overline{PA}+\overline{PB}$ 的最小值 .	

解答 (1)$(3\,,0)$;(2)$4\sqrt{5}$

解析 (1)設 A 與 A' 對稱於 x 軸，則 $A'(-1\,,-2)$，則 P 為 $\overline{A'B}$ 與 x 軸的交點，得 $P(3\,,0)$.(2)$\overline{PA}+\overline{PB}=\overline{PA'}+\overline{PB}=\overline{A'B}=4\sqrt{5}$.



2-1 直線方程式及其圖形（常考題型 19）

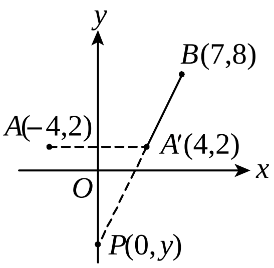
1. 已知 $A(-4, 2)$，$B(7, 8)$，$P(0, y)$，則 $|\overline{PA}-\overline{PB}|$ 之最大值為 ________．

【高雄中學月考】

解答　$3\sqrt{5}$

解析　先作 A 對 y 軸對稱點 $A'(4, 2)$，

則 $|\overline{PA}-\overline{PB}|=|\overline{PA'}-\overline{PB}|\le\overline{A'B}=3\sqrt{5}$．（等號成立之時，$P$ 點位於 $\overleftrightarrow{A'B}$ 與 y 軸交點處）



2-1 直線方程式及其圖形（常考題型 20）

1. 設 $A(-1,5)$，$B(7,1)$，$C(5,-3)$，求△ABC 的外心坐標．（外心為三中垂線的交點）

1. 解答　$(2,1)$

解析　直線 AB 的斜率：$\dfrac{1-5}{7-(-1)}=-\dfrac{1}{2}$，

直線 BC 的斜率：$\dfrac{-3-1}{5-7}=2$，

$\overline{AB}$ 中垂線：$y-3=2(x-3)$，即 $2x-y=3$，

$\overline{BC}$ 中垂線：$y+1=-\dfrac{1}{2}(x-6)$，即 $x+2y=4$．

故 $\begin{cases}2x-y=3\\x+2y=4\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=2\\y=1\end{cases}$，即外心 $(2,1)$．

（此題亦可利用直角三角形之外心為斜邊中點解之）

2-1 直線方程式及其圖形（常考題型 21）

1. $\triangle ABC$ 的三頂點為 $A(-1,-5)$，$B(3,3)$，$C(6,0)$，求$\triangle ABC$ 的垂心（三高的交點）．

解答　$(\frac{14}{3},\frac{2}{3})$

解析　垂心為三高的交點，

已知過 B 點的高的直線方程式為 $7x+5y-36=0$．

再求過 C 點的高的直線方程式，由於 $m_{AB}=\frac{3-(-5)}{3-(-1)}=2$

因此過 C 點的高的直線方程式為 $y=-\frac{1}{2}\times(x-6)$　$\Rightarrow$　$x+2y-6=0$

解聯立方程組 $\begin{cases}7x+5y-36=0\\x+2y-6=0\end{cases}$，得 $\begin{cases}x=\frac{14}{3}\\y=\frac{2}{3}\end{cases}$，因此垂心為 $(\frac{14}{3},\frac{2}{3})$．

2-1 直線方程式及其圖形（常考題型 22）

1. 設$\triangle ABC$ 之三頂點為 $A(-1,2)$，$B(5,-2)$，$C(3,4)$，求 (1)$\overline{BC}$ 邊中點 M 之坐標．(2)重心 G 之坐標．

解答　(1)(4 , 1);(2)$(\frac{7}{3},\frac{4}{3})$

解析　(1) $M(\frac{5+3}{2},\frac{-2+4}{2})=(4,1)$．(2) $G(\frac{-1+5+3}{3},\frac{2-2+4}{3})=(\frac{7}{3},\frac{4}{3})$．

2-1 直線方程式及其圖形（常考題型 23）

1. 若一直線 $5x+12y=26$，則 $\sqrt{(x-1)^2+(y+1)^2}$ 的最小值為 ______．

解答　$\frac{33}{13}$

解析　$\sqrt{(x-1)^2+(y+1)^2}$ 表 $A(1,-1)$與(x,y)之距離

欲求最小值，即求點 A 到直線 $5x+12y-26=0$ 之距離

$d=\left|\frac{5-12-26}{\sqrt{25+144}}\right|=\frac{33}{13}$．

2-1 直線方程式及其圖形（常考題型 24）

1. 設連接兩點 $A(1,3)$和 $B(7,2)$的線段被直線 L：$x-4y+4=0$ 分成兩段，則此兩線段長之比 ＝______．

【中山女中月考】

解答　7：3

解析　$\overline{AP}:\overline{BP}=d(A,L):d(B,L)=\frac{|1-12+4|}{\sqrt{17}}:\frac{|7-8+4|}{\sqrt{17}}=7:3$．

2-1 直線方程式及其圖形（常考題型 25）

1. 求與直線 L：$3x-4y+1=0$ 平行且距離為 2 的直線方程式．

解答　$3x-4y+11=0$ 或 $3x-4y-9=0$

解析　設與直線 L 平行的直線為 $3x-4y+k=0$．

因為所求直線與直線 L 的距離為 2，所以 $\frac{|1-k|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=2 \Rightarrow |k-1|=10$，

解得 $k=11$ 或 -9．

故直線方程式為 $3x-4y+11=0$ 或 $3x-4y-9=0$．