

11-5 指數與對數的應用(常考題型 1)

知 $\log 2 = 0.3010$, $\log 3 = 0.4771$, $\log 7 = 0.8451$, 求下列各對數的近似值:

(1) $\log 4 = \underline{\hspace{2cm}}$.

(2) $\log 5 = \underline{\hspace{2cm}}$.

(3) $\log 6 = \underline{\hspace{2cm}}$.

(4) $\log 8 = \underline{\hspace{2cm}}$.

(5) $\log 9 = \underline{\hspace{2cm}}$.

(6) $\log_3 5 = \underline{\hspace{2cm}}$.



解答

(1)0.6020;(2)0.6990;(3)0.7781;(4)0.9030;(5)0.9542;(6)1.4651

解析

(1) $\log 4 = 2\log 2 = 2 \times 0.3010 = 0.6020$.

(2) $\log 5 = 1 - \log 2 = 1 - 0.3010 = 0.6990$.

(3) $\log 6 = \log 2 + \log 3 = 0.3010 + 0.4771 = 0.7781$.

(4) $\log 8 = 3\log 2 = 3 \times 0.3010 = 0.9030$.

(5) $\log 9 = 2\log 3 = 2 \times 0.4771 = 0.9542$.

(6) $\log_3 5 = \frac{\log 5}{\log 3} = \frac{0.6990}{0.4771} = 1.4651$.

11-5 指數與對數的應用(常考題型 2)

利用下表的部分常用對數表，查出下列各真數的值：

(1) $\log x = 0.0212$ (2) $\log x = 2.2529$ (3) $\log x = -2.7496$.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732
15	1761	1790	1818	1847	1875	1903	1931	1959	1987	2014
16	2041	2068	2095	2122	2148	2175	2201	2227	2253	2279
17	2304	2330	2355	2380	2405	2430	2455	2480	2504	2529
18	2553	2577	2601	2625	2648	2672	2695	2718	2742	2765
19	2788	2810	2833	2856	2878	2900	2923	2945	2967	2989
20	3010	3032	3054	3075	3096	3118	3139	3160	3181	3201



解答

(1) $x \approx 1.05$; (2) $x \approx 179$; (3) $x \approx 0.00178$

解析

(1) $x \approx 1.05$.

(2)由表可知： $\log x = 2 + 0.2529 \approx \log 100 + \log 1.79 = \log 179$ ，因此 $x \approx 179$.

(3)由表可知： $\log x = -3 + 0.2504 \approx \log 0.001 + \log 1.78 = \log 0.00178$ ，
因此 $x \approx 0.00178$.

11-5 指數與對數的應用(常考題型 3)

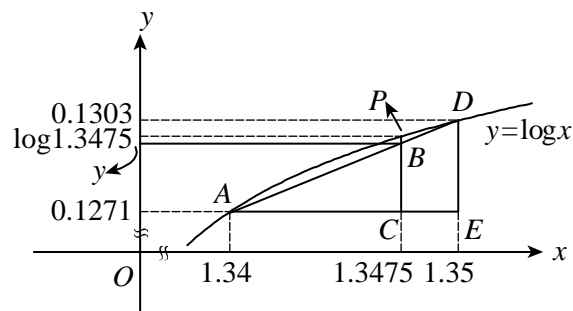
已知 $\log 1.34 \approx 0.1271$, $\log 1.35 \approx 0.1303$,
用內插法求 $\log 1.3475$ 的近似值。



解答 0.1295

解析

$y = \log x$ 是嚴格遞增函數，從 1.34 到 1.35 之間的局部圖形來察，



$\log 1.3475 = 0.1271 + \overline{PC}$ ，又 \overline{PC} ， \overline{BC} 兩者的長度很接近

\therefore 用 y 來當作 $\log 1.3475$ 的近似值

$$\text{由 } \triangle ADE \sim \triangle ABC \therefore \frac{\overline{AC}}{\overline{AE}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{DE}} \Rightarrow \frac{0.0075}{0.01} = \frac{y - 0.1271}{0.0032}$$

$$\Rightarrow y - 0.1271 = 0.0024 \Rightarrow y = 0.1295 \text{ 即 } \log 1.3475 \approx 0.1295 .$$

11-5 指數與對數的應用(常考題型 4)

(1) 已知 $\log 4.05 \approx 0.6075$, $\log 5.721 \approx 0.7575$,
求 $(4.05)^{21}$ 的近似值。(以科學記號表示)

(2) 已知 $\log 4.27 \approx 0.6304$, $\log 7.36 \approx 0.8669$, $\log 2.51 \approx 0.3997$,
 $\log 3.05 \approx 0.4843$, 求 $\frac{\sqrt[4]{427}}{\sqrt[3]{73.6}\sqrt[3]{251}}$ 的近似值。



解答 (1) 5.721×10^{12} ; (2) 0.305

解析

$$(1) \log(4.05)^{21} = 21 \log 4.05 \approx 21 \times 0.6075 = 12.7575 = 12 + 0.7575$$

$$\text{故 } (4.05)^{21} \approx 5.721 \times 10^{12} .$$

$$\begin{aligned} (2) \log \frac{\sqrt[4]{427}}{\sqrt[3]{73.6}\sqrt[3]{251}} &= \frac{1}{4} \log 427 - \frac{1}{5} \log 73.6 - \frac{1}{3} \log 251 \\ &\approx \frac{1}{4} \times 2.6304 - \frac{1}{5} \times 1.8669 - \frac{1}{3} \times 2.3997 \\ &= -0.5157 = -1 + 0.4843 \\ \text{故 } \frac{\sqrt[4]{427}}{\sqrt[3]{73.6}\sqrt[3]{251}} &\approx 0.305 . \end{aligned}$$

11-5 指數與對數的應用(常考題型 5)

求下列各式之首數及尾數：

(1) $\log x = 7.64$.

(2) $\log x = -4.1405$.



解答 (1) 首數 = 7, 尾數 = 0.64; (2) 首數 = -5, 尾數 = 0.8595

解析

(1) 首數 = 7, 尾數 = 0.64 .

(2) $\log x = -4.1405 = -4 + (-0.1405) = -5 + (1 - 0.1405) = -5 + 0.8595$,
首數 = -5, 尾數 = 0.8595 .

11-5 指數與對數的應用(常考題型 6)

若 47^{100} 為 168 位數，
則(1) 47^{17} 為_____位數，
(2) $\frac{1}{47^{17}}$ 在小數點下第_____位始出現不為 0 之數字。



解答 (1)29;(2)29

解析

(1) $167 \leq \log 47^{100} < 168 \Rightarrow 1.67 \leq \log 47 < 1.68$
 $\Rightarrow 28.39 \leq 17\log 47 < 28.56 \Rightarrow 28.39 \leq \log 47^{17} < 28.56$
 $\therefore 47^{17}$ 為 29 位數。

(2) $\log \frac{1}{47^{17}} = -17\log 47 \Rightarrow -28.56 < -17\log 47 < -28.39$
 $\Rightarrow -29 + 0.44 < -17\log 47 < -29 + 0.61$
 $\therefore \frac{1}{47^{17}}$ 在小數點下第 29 位始不為 0。